УДК 519.8

С.В. Яковлев, А.В. Карташов, К.П. Коробчинский
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, svsyak7@gmail.com;
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, AlexeyKartashov@gmail.com;
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, k.korobchinskiy@khai.edu

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ НА КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

В статье введено понятие евклидовой комбинаторной конфигурации как отображения абстрактного множества в арифметическое евклидовое пространство. Сформулирована задача оптимизации на множестве евклидовых комбинаторных конфигураций. Рассмотрены особенности применения генетических алгоритмов для решения указанного класса задач. Описаны принципы формирования начальной популяции, механизмы отбора, выбор операторов кроссовера и мутации. Подход иллюстрируется на задаче комбинаторной оптимизации на множестве перестановок. Приведены примеры построения различных операторов кроссовера для евклидовых конфигураций перестановок.

КОМБИНАТОРНАЯ КОНФИГУРАЦИЯ, ОПТИМИЗАЦИЯ, ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ, КРОССОВЕР, МУТАЦИЯ, ПЕРЕСТАНОВКА.

С.В. Яковлев, О.В. Карташов, К.П. Коробчинський. Про один клас генетичних алгоритмів в задачах оптимізації на комбінаторних конфігураціях. У статті введено поняття евклідової комбінаторної конфігурації як відображення абстрактної множини в арифметичний евклідовий простір. Сформульовано задачу оптимізації на множині евклідових комбінаторних конфігурацій. Розглянуто особливості застосування генетичних алгоритмів для розв'язання зазначеного класу задач. Описано принципи формування початкової популяції, механізму відбору, вибір операторів кросовера і мутації. Підхід ілюструється на задачах комбінаторної оптимізації на множині перестановок. Наведені приклади побудови різних операторів кросовера для евклідових конфігурацій перестановок.

КОМБІНАТОРНА КОНФІГУРАЦІЯ, ОПТИМІЗАЦІЯ, ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ, КРОСОВЕР, МУТАЦІЯ, ПЕРЕСТАНОВКА.

S.V. Yakovlev, A.V. Kartashov, K.P. Korobchinsky. On the class of genetic algorithms in optimization problems on combinatorial configurations. The concept of the Euclidean combinatorial configuration as the mapping of an abstract set into an arithmetic Euclidean space is introduced. The problem of optimization on the set of Euclidean combinatorial configurations is formulated. The peculiarities of the application of genetic algorithms for solving this class of problems are considered. Principles of formation of the initial population, selection mechanisms, choice of crossover operators and mutation are described. The proposed approach is illustrated on the problem of combinatorial optimization on the set of permutations. Examples of the construction of various crossover operators for Euclidean permutation configurations are given.

COMBINATORIAL CONFIGURATION, OPTIMIZATION, GENETIC ALGORITHM, CROSSOVER, MUTATION, PERMUNATION.

Введение.

Задачи комбинаторной оптимизации относятся к классу NP-трудных, что обуславливает исследование эффективных приближенных методов для их решения [1-4]. Разработка теории и методов вычислительного интеллекта применительно к задачам комбинаторной оптимизации вызывают постоянный интерес ученых [4-9]. Особое значение при этом имеют так называемые эволюционные методы, к которым относится класс генетических алгоритмов. Современные публикации в этом направлении [4, 10-14] доказывают эффективность применения эволюционных алгоритмов при решении задач комбинаторной оптимизации.

При разработке методов комбинаторной оптимизации важное место занимают исследования, связанные с формализацией понятий комбинаторного множества и комбинаторного объекта, а также со свойствами функций, заданных на этих множествах. При этом одним из фундаментальных является понятие комбинаторной конфигурации. В зависимости от классов множеств комбинаторных конфигураций возникают различные оптимизационные задачи, методы решения которых существенно определяются свойствами конфигураций. В статье описан класс так называемых евклидовых комбинаторных конфигураций, на основе свойств которых предложены новые подходы к реализации генетических алгоритмов решения оптимизационных задач.

1. Евклидовые комбинаторные конфигурации.

Под конфигурацией будем понимать отображение ψ некоторого исходного множества U элементов произвольной природы в абстрактное множество V определенной структуры при выполнении заданного набора ограничений Ω, т.е.

$$\psi : U \to V \quad (1)$$

В случае конечных множеств U и V конфигурация (1) называется комбинаторной. Начало фундаментальным исследованиям комбинаторных конфигураций было положено К. Бержем [15].

Представим комбинаторную конфигурацию кортежем

$$\langle \psi, U, V, \Omega \rangle \quad (2)$$

где $U = \{u_1, ..., u_n\}$ – исходное множество, $V = \{v_1, ..., v_k\}$ - результирующее множество, ψ – отображение вида (1), Ω – заданная система ограничений на вид отображения ψ.

Таким образом, комбинаторная конфигурация (2) осуществляет выделение некоторого конечного подмножества множества V и упорядочение его элементов. В результате комбинаторная конфигурация π представляет собой упорядоченную последовательность элементов из V, т.е.

$$\pi = \begin{pmatrix} u_1 & \dots & u_n \\ v_{j_1} & \dots & v_{j_n} \end{pmatrix} = \left\{ v_{j_1}, v_{j_2}, ..., v_{j_n} \right\}$$

Исследованию комбинаторных конфигураций посвящены, в частности, работы [15-18]. Дальнейшее развитие понятия комбинаторной конфигурации получило путем ослабления условий на конечность V [19, 20]. Допускается, что результирующее множество V может быть счетным, и комбинаторная конфигурация в этом случае называется комбинаторным объектом. В работах [19, 20] определены комбинаторные объекты k-го порядка, что существенно расширяется круг практических задач, которые могут быть формализованы с использованием понятия комбинаторного объекта.

В работе [21] рассмотрен класс комбинаторных конфигураций, в которых элементами результирующего множества V являются числовые вектора. Выделение такого класса обосновывается широким кругом реальных задач, в которых элементы исходного множества U характеризуются определенным набором числовых параметров (например, физических и метрических характеристик). В первую очередь, речь идет о задачах размещения геометрических объектов, имеющих ярко выраженную комбинаторную структуру [22,23].

Пусть $\boldsymbol{B}$ - множество векторов пространства R^m одинаковой размерности, т.е.

$$\boldsymbol{b}_l = \left(b_{1l}, ..., b_{ml}\right)^T \in R^m, \; l \in \boldsymbol{J}_k \quad (3)$$

Отождествим множество $\boldsymbol{B}$ с результирующим множеством V. Тогда в соответствии с (2) конфигурация π будет представлять собой упорядоченную последовательность векторов $\boldsymbol{b}_{j_1}, \boldsymbol{b}_{j_2}, ..., \boldsymbol{b}_{j_n}$, где $\boldsymbol{b}_l = \left(b_{1l}, ..., b_{ml}\right)^T \in R^m$, $l \in \boldsymbol{J}_k$. Каждой конфигурации $\pi = \left\{\boldsymbol{b}_{j_1}, \boldsymbol{b}_{j_2}, ..., \boldsymbol{b}_{j_n}\right\}$ поставим во взаимно-однозначное соответствие вектор $\boldsymbol{x} = \left(x_1, ..., x_N\right) \in R^N$, $N = nm$, т.е. зададим биективное отображение φ, такое что:

$$\boldsymbol{x} = \varphi(\pi), \; \pi = \varphi^{-1}(\boldsymbol{x}) \quad (4)$$

Например, такое соответствие можно задать следующим образом:

$$\boldsymbol{x} = \left(x_1, ..., x_N\right) = (b_{1j_1}, ..., b_{1j_n}, b_{2j_1}, ..., b_{2j_n}, ..., b_{mj_1}, ..., b_{mj_n})$$

Определение. Евклидовой комбинаторной конфигурацией назовем отображение

$$\varphi : \langle \chi, U, \boldsymbol{B}, \Lambda \rangle \to R^N, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{B}$ – результирующее множество, χ – отображение вида $\chi : U \to \boldsymbol{B}$, Λ –система ограничений на вид отображения χ.

Будем представлять евклидовую конфигурацию кортежем $\langle \chi, U, \boldsymbol{B}, \Lambda \rangle$.

Таким образом, евклидовая комбинаторная конфигурация представляет собой образ комбинаторной конфигурации $\langle \chi, U, \boldsymbol{B}, \Lambda \rangle$ в арифметическом евклидовом пространстве R^N при заданном отображении φ.

Пусть Π – множество, элементами которого являются всевозможные комбинаторные конфигурации $\langle \chi, U, \boldsymbol{B}, \Lambda \rangle$, удовлетворяющие системе ограничений Λ. Тогда образ $E_\varphi = \varphi(\Pi)$ комбинаторного множества Π в R^N будет представлять собой совокупность всех евклидовых комбинаторных конфигураций, удовлетворяющих (2).

Сделаем следующее замечание. Ю.Г. Стояном введено понятие евклидового комбинаторного множества [23], как множества упорядоченных элементов подмножеств конечного множества произвольной природы. Таким образом, если множество $\boldsymbol{B}$ конечно, то Π является евклидовым комбинаторным множеством. В общем случае, при заданном отображении φ вида (5) множество допустимых отображений $\chi : U \to \boldsymbol{B}$ определяет соответствующий класс евклидовых комбинаторных конфигураций.

Выделение класса евклидовых комбинаторных множеств обосновывается рядом специфических свойств, которыми обладают указанные комбинаторные множества при их отображении в R^N.

2. Генетические алгоритмы оптимизации на евклидовых комбинаторных конфигурациях.

Сформулируем задачу оптимизации функции $f(x)$, заданной на множестве E евклидовых комбинаторных конфигураций, в виде

$$f(x) \to min, \; x \in E.$$

Рассмотрим особенности реализации генетических алгоритмов для задач оптимизации на евклидовых комбинаторных конфигурациях. Заметим, что генетические алгоритмы относятся к классу эволюционных алгоритмов поиска путем последовательного отбора, комбинирования и вариации параметров задачи с использованием механизмов, которые лежат в основе биологической эволюции и используют термины, заимствованные из генетики. Генетические алгоритмы оперируют с множеством решений (популяций), сформированных конечным множеством особей. Особи, входящие в популяции, задаются хромосомами с закодированными в них параметрами задачи. Хромосомы представляют собой упорядоченные последовательности генов. Ген (который также называется свойством, знаком ли детектором) - это атомарный элемент генотипа, в частности хромосомы. Набор хромосом у каждой особи задает ее генотип (структуру). Таким образом, особями популяции могут быть генотипы или единичные хромосомы. Совокупность внешних и внутренних признаков, соответствующих данному генотипу, задают фенотип особи, т.е. декодированную структуру или множество параметров задачи.

Разработка генетических алгоритмов предполагает решение следующих задач:

- определение способов формирования начальной популяции;
- формирование механизмов отбора;
- задание оператора кроссовера (скрещивания);
- задание оператора мутации;
- выбор условия окончания поиска.

Для рассматриваемого класса задач положим, что генотип и фенотип особей популяции совпадают и в качестве хромосомы выступает допустимая евклидовая комбинаторная конфигурация $x=\left(x_1,...,x_N\right)$, а генами являются значения ее компонент последовательности. Решения позиционируются в популяции в соответствии с их положением на поверхности исследуемой функции. При этом последовательно генерируются новые решения как различные комбинации частей имеющихся популяций.

Генерация начальной популяции, как правило, предполагает случайный выбор особей. Для рассматриваемого класса задач речь идет о случайном выборе допустимых евклидовых комбинаторных конфигураций $x=\left(x_1,...,x_N\right)$. Эта задача представляет самостоятельный интерес и решается в зависимости от рассматриваемого класса конфигураций.

На следующем этапе осуществляется выбор родительских пар. Как правило, при этом используется элитный отбор, т.е. выбирается k особей с лучшими значениями целевой функции $f(x)$ и составляются из них родительские пары. Если выбирать всевозможные сочетания родительских пар, то их общее число будет $k(k-1)/2$. Особенности рассматриваемого класса задач позволяют предложить следующий подход к выбору родительских пар. Вычисляя евклидовые расстояния между лучшими k особями, осуществим кластеризацию формируемого массива. Выберем $k_0 \le k$ кластеров, в каждом из которых сгруппированы близлежащие особи. Будем выбирать родительские пары только из одного кластера. Естественно, в этом случае количество потомков будет меньше, чем при полном переборе парных сочетаний. Однако различные правила скрещивая, а также мутации позволяют получить необходимый объем потомства. В связи с этим опишем способы формирования оператора кроссовера (скрещивания), основанные на свойствах различных классов множеств евклидовых комбинаторных конфигураций.

Выберем для скрещивания две особи - евклидовые комбинаторные конфигурации $x=\left(x_1,...,x_N\right)$ и $\boldsymbol{y}=\left(y_1,...,y_N\right)$. Одними из наиболее распространенных способов скрещивания является так называемые одноточечный и двуточечный кроссоверы.

При одноточечном кроссовере осуществляется случайный выбор места разделения последовательности координат на две части. Например, осуществив разделение по j-ой позиции, потомками особей

$$\boldsymbol{x}=\left(x_1,...,x_j,x_{j+1},...,x_N\right),$$

$$\boldsymbol{y}=\left(y_1,...,y_j,y_{j+1},...,y_N\right)$$

будем считать

$$\tilde{\boldsymbol{x}}=\left(x_1,...,x_j,y_{j+1},...,y_N\right),$$

$$\tilde{\boldsymbol{y}}=\left(y_1,...,y_j,x_{j+1},...,x_N\right).$$

При двуточечном кроссовере, исходные особи разбиваются на три части в точках j_1 и j_2, $j_1 < j_2$. В результате потомки примут вид:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}=\left(x_1,...,x_{j_1},y_{j_1+1},...,y_{j_2},x_{j_2+1},...,x_N\right),$$

$$\tilde{\boldsymbol{y}}=\left(y_1,...,y_{j_1},x_{j_1+1},...,x_{j_2},y_{j_2+1},...,y_N\right).$$

Обобщением двуточечного является k – точечный кроссовер, при котором родительские особи разбиваются в точках $j_1,j_2,...,j_k$, $j_1 < j_2 < ... < j_k$, а их части чередуются у потомков.

Среди других рекомендуемых подходов к скрещиванию родительских особей укажем равномерный кроссовер, при котором значения компонент с вероятностью p берется от первого родителя, а с вероятностью $(1-p)$ – от второго. Известен также обобщенный кроссовер, в котором специальный битовый вектор-маска определяет, значения гена какого из родителей получит потомок.

Сложная комбинаторная структура множества E приводит к тому, что полученные потомки (евклидовые комбинаторные конфигурации) $\tilde{\boldsymbol{x}}$ и $\tilde{\boldsymbol{y}}$, как правило, не удовлетворяют системе ограничений Λ. Поэтому операторы кроссовера, примеры которых приведены выше, назовем операторами *квазискрещивания*. Результат $\boldsymbol{z}$ квазискрещивания евклидовых комбинаторных конфигураций $\boldsymbol{x}=\left(x_1,...,x_N\right)$ и $\boldsymbol{y}=\left(y_1,...,y_N\right)$ представим в виде

$$\boldsymbol{z}=H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}). \qquad (6)$$

Для формирования допустимых евклидовых комбинаторных конфигураций на основе квазискрещивания родительских особей необходимо осуществить специальные преобразования.

В связи с этим предложим следующий подход. Будем выбирать евклидову комбинаторную конфигурацию $\tilde{\boldsymbol{z}} = \left(\tilde{z}_1,...,\tilde{z}_N\right)$, которая удовлетворяет системе ограничений Λ, и является ближайшей к особи $\boldsymbol{z} = \left(z_1,...,z_N\right)$, полученной в результате квазискрещивания. Таким образом, имеем вспомогательную задачу проецирования некоторой точки $\boldsymbol{z}$ на множество допустимых евклидовых конфигураций E, т.е.

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E \boldsymbol{z}. \tag{7}$$

Следовательно, оператор кроссовера для евклидовых комбинаторных конфигураций $\boldsymbol{x} = \left(x_1,...,x_N\right)$ и $\boldsymbol{y} = \left(y_1,...,y_N\right)$ представим в виде суперпозиции операторов (10) и (11):

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E\ H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}).$$

Нахождение точки $\tilde{\boldsymbol{z}}$ сводится к решению оптимизационной задачи

$$\left\|\tilde{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{z}\right\| \to min,\ \boldsymbol{z} \in E. \tag{8}$$

Специфика различных множеств евклидовых комбинаторных конфигураций позволяет отнести их к классу хорошо описанных, т.е. множеств, на которых линейные задачи полиноминально разрешимы. В первую очередь речь идет о так называемых сферически расположенных множествах.

Множество $E \subset R^n$ назовем сферически расположенным, если существуют такое $\boldsymbol{\tau} \in R^n$ и число $r > 0$, что для любых $\boldsymbol{z} \in E$

$$\left\|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{\tau}\right\|^2 = r^2. \tag{9}$$

Пусть E - сферически расположенное множество евклидовых комбинаторных конфигураций. Тогда для любых $\boldsymbol{z} = \left(z_1,...,z_N\right) \in E$ и $\boldsymbol{z}^0 = \left(z_1^0,...,z_N^0\right)$ имеем

$$\left\|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^0\right\|^2 = \left\|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{\tau}\right\|^2 + \left\|\boldsymbol{z}^0 - \boldsymbol{\tau}\right\|^2 - 2(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{z}^0 - \boldsymbol{\tau}) =$$
$$= \sum_{i=1}^{N} c_i z_i + b,$$

где

$$c_i = -2(z_i^0 - \tau_i),$$

$$b = r^2 + \sum_{i=1}^{N} (z_i^0 - \tau_i)^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \tau_i (z_i^0 - \tau_i).$$

Таким образом, решение задачи (8) сводится к нахождению минимума линейной функции

$$f(\boldsymbol{z}) = \sum_{i=1}^{N} c_i z_i$$

на множестве E, а следовательно, и многограннике $conv\,E$.

Развивая указанный подход, предложим следующие способы получения потомков для особей $\boldsymbol{x} = \left(x_1,...,x_N\right)$ и $\boldsymbol{y} = \left(y_1,...,y_N\right)$. Учитывая, что особи (евклидовые комбинаторные конфигурации) являются элементами арифметического евклидового пространства, воспользуемся свойством линейности этого пространства. Для поиска потомства будем выбирать линейные комбинации особей $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$.

Рассмотрим общий подход для формирования оператора кроссовера, учитывающего различные схемы построения линейных комбинаций $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$.

Простая линейная комбинация родительских пар:

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y})$$

Взвешенная линейная комбинация родительских пар в соответствии со значениями функции $f(x)$ в этих точках:

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E\left(\boldsymbol{x}f(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{y}f(\boldsymbol{y})\right)$$

При этом в задаче максимизации большему значению функции соответствует больший коэффициент.

Рандомизированная взвешенная линейная комбинация:

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E\left(p\boldsymbol{x}f(\boldsymbol{x}) + (1-p)\boldsymbol{y}f(\boldsymbol{y})\right)$$

где p – равномерно распределенная на отрезке $[0,1]$ случайная величина.

В общем случае логично предполагать, что потомство сохраняет гены не только своих родителей, а и других предков. Тогда оператор кроссовера при взвешенной линейной комбинации k особей примет вид

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E\left(\sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{x}_i f(\boldsymbol{x}_i)\right)$$

либо рандомизированной взвешенной линейной комбинации:

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = Pr_E\left(\sum_{i=1}^{k} p_i \boldsymbol{x}_i f(\boldsymbol{x}_i)\right),$$

где $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$.

3. Оператор кроссовера для евклидовых конфигураций перестановок

Рассмотрим приложение описанного подхода при решении задачи оптимизации на комбинаторном множестве перестановок. В этом случае евклидова комбинаторная конфигурация $\left\langle \varphi, \chi, U, \boldsymbol{B}, \Lambda \right\rangle$ задается биективным отображением $\chi: U \to \boldsymbol{B}$, а множество ограничений $\Lambda = \varnothing$. Пусть множество $\boldsymbol{B}$ таково, что $k = 1, N = n$, т.е. $\boldsymbol{B} = (b_1, b_2, ..., b_n)$ - множество n действительных чисел, которые упорядочим по неубыванию $b_1 \le b_2 \le ... \le b_n$. Тогда евклидова комбинаторная конфигурация $z=\left(z_1,...,z_n\right)\in R^n$ представляет собой упорядоченный набор чисел из B. В частности, можно положить $B=\boldsymbol{J}_n$.

Множество всех евклидовых комбинаторных конфигураций, удовлетворяющих указанному выше свойству, называется евклидовым множеством перестановок [24, 25], которое обозначим $E(B)$. Известно, что множество $E(B)$ является полиэдрально сферическим и совпадает с множеством решений системы уравнений и неравенств

$$\sum_{i=1}^{n} z_i=\sum_{i=1}^{n} b_i \ ,$$

$$\sum_{i\in W} z_i\ge \sum_{i=1}^{|W|} b_i \ ,\ \forall W\subset \boldsymbol{J}_n ,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(z_i-\tau\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\left(b_i-\tau\right)^2 \ ,$$

$$\tau=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b_i \ ,\ |W|=card\, W \ .$$

Отметим тот факт, что линейная функция

$$f(\boldsymbol{z})=\sum_{i=1}^{n} c_i z_i$$

на множестве $E(B)$ достигает своего минимума в точке $\tilde{z}=\left(\tilde{z}_1,...,\tilde{z}_n\right)$, где $\tilde{z}_{\pi_i}=b_i$, $i\in J_n$, а последовательность $\left\{\pi_1,...,\pi_n\right\},\pi_i\in J_n,\pi_i\ne\pi_j\ \forall i,j\in J_n, i\ne j$

такова, что $c_{\pi_1}\ge...\ge c_{\pi_n}$.

Поскольку множество $E(B)$ полиэдрально-сферическое, то для любой точки $z^0=\left(z_1^0,...,z_n^0\right)$ можно указать ближайшую точку из $E(B)$, представимую в виде $\tilde{z}=\left(\tilde{z}_1,...,\tilde{z}_n\right)$, где $\tilde{z}_{\pi_i}=b_{n-i+1}$, $i\in J_n$, а последовательность $\left\{\pi_1,...,\pi_n\right\},\pi_i\in J_n$, $\pi_i\ne\pi_j\ \forall i,j\in J_n, i\ne j$ такова, что $z_{\pi_1}^0\ge...\ge z_{\pi_n}^0$.

Рассмотрим пример построения оператора кроссовера для задачи оптимизации функций, заданной на евклидовом множестве перестановок с учетом приведенных выше результатов.

Пусть $B=\left\{2,5,6,9,11,12,13,18,20,21\right\}$, $n=10$. Выберем две родительские особи - евклидовые комбинаторные конфигурации

$$\boldsymbol{x}=\left\{21,2,5,9,20,13,6,12,18,11\right\},$$

$$\boldsymbol{y}=\left\{20,5,6,12,18,9,2,11,21,13,\right\},$$

Рассмотрим двухточечный кроссовер при $j_1=3,\ j_2=7$.

В результате псевдоскрещивания имеем пары $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ имеем

$$z_1=\left\{21,2,5,12,18,9,2,12,18,11\right\},$$

$$z_2=\left\{20,5,6,9,20,13,6,11,21,13\right\}.$$

Тогда

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_1=Pr_{E(B)}(\boldsymbol{z}_1)=\left\{21,5,6,13,20,9,2,12,18,11\right\}$$

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_2=Pr_{E(B)}(\boldsymbol{z}_2)=\left\{18,2,6,9,20,13,5,11,21,12\right\}$$

Будем скрещивать особи по правилу простой линейной комбинации родительских пар. В результате псевдоскрещивания имеем

$$\boldsymbol{z}=\left\{41,7,11,21,38,22,8,23,39,24\right\}.$$

Тогда

$$\tilde{\boldsymbol{z}}=Pr_{E(B)}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})=\left\{21,2,6,9,18,11,5,12,20,13\right\}.$$

Нетрудно видеть, что полученный потомок «равноудален» от родительских особей.

Пусть дополнительно известно, что $f(\boldsymbol{x})=20$, а $f(\boldsymbol{y})=30$. Тогда псевдоскрещивание по правилу взвешенной линейной комбинации даст

$$\boldsymbol{z}=\left\{102,19,28,54,94,53,18,57,99,61\right\},$$

а с использованием оператора скрещивания (7) получим

$$\boldsymbol{z}=\left\{21,5,6,11,18,9,2,12,20,13\right\}.$$

Таким образом, потомок сохранил большее влияние генов родителя, которому соответствует большее значение функции.

Анализ приведенных выше примеров показывает, что использование предложенного в статье подхода к заданию оператора кроссовера для евклидовых комбинаторных конфигураций соответствует основным принципам, положенным в основу формирования новой популяции.

4. Выводы.

В статье предложен новый подход к реализации генетических алгоритмов в задачах комбинаторной оптимизации. Введено понятие евклидовой комбинаторной конфигурации как отображения конечного абстрактного множества произвольной природы в арифметическое евклидовое пространство. В результате такого отображения задача комбинаторной оптимизации эквивалентно формулируется в терминах задач математического программирования, а независимыми переменными выступают евклидовые комбинаторные конфигурации так точки пространства R^N. Рассмотрены особенности реализации генетических алгоритмов для решения указанного класса задач: предложены способы формирования начальной популяции и механизмы отбора, формализован и обоснован выбор операторов кроссовера и мутации. В качестве примера рассмотрена задача оптимизации функции, заданной на множестве перестановок. Проиллюстрированы различные способы построения операторов кроссовера для евклидовых конфигураций перестановок.

Список использованных источников

1. *Korte B., Vygen J.* Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. — Heidelberg; New York: Springer Berlin, 2002. — 660 pp. **2.** *Pardalos P., Du D.-Z., Graham R. L.* Handbook of Combinatorial Optimization /. - 2nd ed. - Heidelberg: Springer. - 2013, XXI. **3.** *Сергиенко И.В., Шило В.П.* Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. — К.: Наук. думка, 2003. — 261с. **4.** *Гуляницький Л. Ф., Мулеса О. Ю.* Прикладні методи комбінаторної оптимізації: навчальний посібник. — К: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016. — 142 с. **5.** *Субботін С.О., Олійник А.О., Олійник О.О.* Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: монографія. - Запоріжжя : ЗНТУ, 2009 **6.** *Neri F., Cotta C., Moscato P.* Handbook of Memetic Algorithms - Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012. **7.** *Karaboga D., Gorkemli B., Ozturk C., Karaboga N.* A comprehensive survey: artificial bee colony (ABC) algorithm and applications - Artificial Intelligence Review. - 2014. - 42 (1). - P. 21-57. **8.** *Nikolic M., Teodorovic D.* Empirical study of the bee colony optimization (BCO) algorithm - Expert Systems with Applications. - 2013. - 40(11). - P. 4609-4620. **9.** *Dorigo M., Blum C.* Ant colony optimization theory: A survey - Theoretical Computer Science. - 2005. - 344. - P .243-278. **10.** *Pintea C.-M.* Advances in Bio-inspired Computing for Combinatorial Optimization Problems - Heidelberg: Springer, 2014. 138 **11.** *Zhang P.* Combinatorial optimization problem solution based on improved genetic algorithm. AIP Conference Proceedings 1864, 020206 (2017) **12.** *Eremeev A.V.* Optimal recombination in genetic algorithms for combinatorial optimiyation problems part II. Yugoslav Journal of Operations Research, [S.l.], v. 24, n. 1, oct. 2016. ISSN 2334-6043 **13.** *Venkatesan D., Balachandar Kannan S. R.* A New Genetic Algorithm for Time Dependent Combinatorial Optimization Problem National Academy Science Letters, June 2016, Volume 39, Issue 3, pp 207–211 **14.** *Rajappa, Gautham P.*, Solving Combinatorial Optimization Problems Using Genetic Algorithms and Ant Colony Optimization", PhD diss., University of Tennessee, 2012. **15.** *Berge C.* Principes de combinatoire. – Paris: Dunod, 1968. – 146 p. **16.** *Сачков В.Н.* Комбинаторные методы дискретной математики. – М.: Наука, 1975. – 319 с. **17.** *Стоян Ю. Г., Гребенник И. В.* Описание классов комбинаторных конфигураций на основе отображений // Доклады НАН Украины. — 2008. — №10. — С. 28 – 31. **18.** *Донець Г.П., Колєчкіна Л.М.* Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях. – Полтава: ПУЕТ, 2011. – 328 с. **19.** *Гуляницкий Л.Ф., Сергиенко И.В.* Метаэвристический метод деформированного многогранника в комбинаторной оптимизации // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 6. — С. 70–79. **20.** *Гуляницкий Л.Ф., Сиренко С.И.* Определение и исследование комбинаторных пространств // Теорія оптимальних рішень. – 2010. – № 9. – С. 17–25. **21.** *Яковлев С.В., Пичугина О.С.* Задачи оптимизации на евклидовых комбинаторных конфигурациях и их свойства //Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Дніпро. – 2017. – Вип.17 . – С.228-235. **22.** *Стоян Ю.Г., Яковлев С.В.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. — К.: Наук. думка, 1986. — 268 с. **23.** *Yakovlev S.V.* The method of artificial space dilation in problems of optimal packing of geometric objects // Cybernetics and Systems Analysis. – 2017. – 53(5). – P. 725-732. **24.** *Pichugina O.S., Yakovlev S.V.* Functional and analytic representations of the general permutations // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – 1(4). – P. 27-38. **25.** *Pichugina O.S., Yakovlev S.V.* Continuous Representations and Functional Extensions in Combinatorial Optimization - Cybernetics and Systems Analysis. – 2016, 52(6), pp. 921-930.

Resume

S.V. Yakovlev, A.V. Kartashov, K.P. Korobchinsky

. ON THE CLASS OF GENETIC ALGORITHMS IN OPTIMIZATION PROBLEMS ON COMBINATORIAL CONFIGURATIONS.

Background: The solution of combinatorial optimization problems is connected with computational complexity due to the high dimensionality of the problems. The existing algorithms are based on the properties of combinatorial sets and functions defined on these sets. Analysis of new properties of optimization problems contributes to the development of effective approaches to their solution.

Materials and methods: In this paper we introduce the concept of a Euclidean combinatorial configuration, as a mapping of an abstract finite set into an arithmetic Euclidean space. This allows us to obtain new properties of optimization problems on combinatorial sets and propose new genetic algorithms for their solution.

Results: The properties of Euclidean combinatorial configurations are investigated. Methods for the formation of the initial population, mechanisms for selection, selection of crossover operators and mutation for genetic algorithms are proposed. The problem of combinatorial optimization on the set of Euclidean permutation configurations is considered and examples of the construction of various crossover operators in genetic algorithms for solving it are given. **Conclusion:** The article describes a new class of genetic algorithms for solving combinatorial optimization problems. On the basis of the properties of Euclidean combinatorial configurations, new ways of forming crossover operators and mutations are proposed, which make it possible to improve the efficiency of existing methods of solution.

С.В. Яковлев, А.В. Карташов, К.П. Коробчинский

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ НА КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

Background: Решение задач комбинаторной оптимизации связано с вычислительными сложностями в силу высокой размерности задач. Существующие алгоритмы основаны на свойствах комбинаторных множеств и функций, заданных на этих множествах. Анализ новых свойств оптимизационных задач способствует разработке эффективных подходов к их решению.

Materials and methods: В этой работе вводится понятие евклидовой комбинаторной конфигурации, как отображения абстрактного конечного множества в арифметическое евклидовое пространство. Это позволяет получить новые свойства задач оптимизации на комбинаторных множествах и предложить новые генетические алгоритмы к их решению.

Results: Исследованы свойства евклидовых комбинаторных конфигураций. Предложены способы формирования начальной популяции, механизмы отбора, выбора операторов кроссовера и мутации для генетических алгоритмов. Рассмотрена задача комбинаторной оптимизации на множестве евклидовых конфигураций перестановок и приведены примеры построения различных операторов кроссовера в генетических алгоритмах ее решения.

Conclusion: В статье описывается новый класс генетических алгоритмов для решения задач комбинаторной оптимизации. На основе свойств евклидовых комбинаторных конфигураций предлагаются новые способы формирования операторов кроссовера и мутации, позволяющие повысить эффективность существующих методов решения.

Поступила в редколлегию 28.10.2017